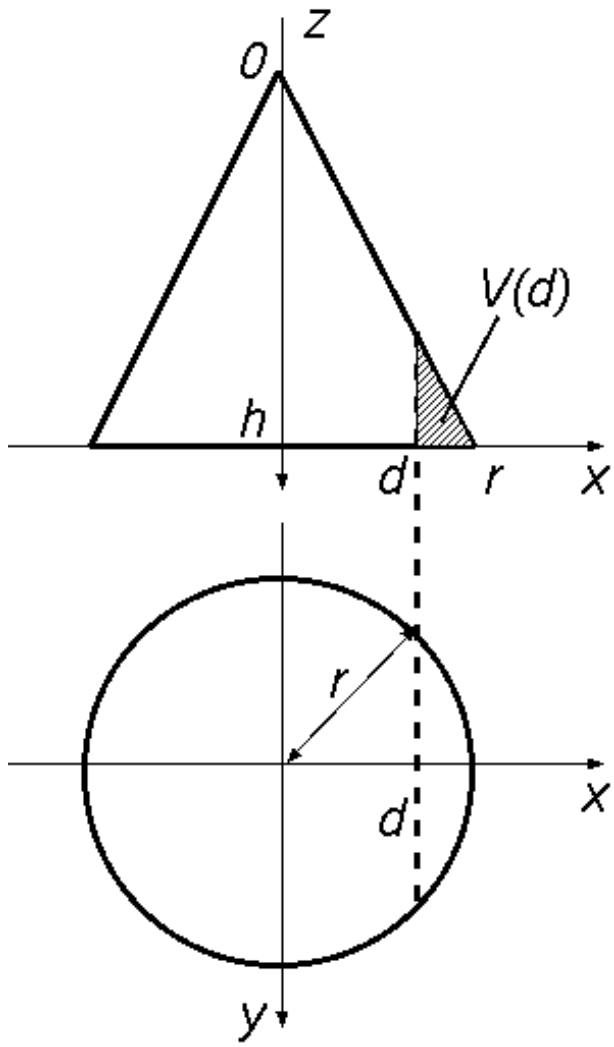

図 1: 斜線部の体積を計算できない奴は退席しなさい、なんつって。

$$
\begin{aligned}
V(d) &= \int_{x=d}^{x=r} (x\,\text{軸に垂直な平面での切口の面積})dx \\
&= \int_{x=d}^{x=r} \frac{2hx}{r} dx \int_{y=0}^{y=r^2-x^2} \sqrt{1+(y/x)^2} dy \\
&= \int_{x=d}^{x=r} \frac{hx^2}{r} \left[Y\sqrt{Y^2+1} + \log\left(Y+\sqrt{Y^2+1}\right) \right] dx \\
&\quad \text{ただし } Y := \left(\frac{r}{x}\right)^2 - 1
\end{aligned}
$$

たぶんこんな感じじゃね? 符号とか間違ってるかも。ていうか次元だけしか合ってる自信ないですが何か? ここから先の計算は電卓 (mathematica とか) でどうぞ。ていうかもっと頭の良い求め方があるんでしょうか? あったら泣く。